

מפעל שוקולד

יחיאל קמחי

תוכן עניינים

2	נוסח הבעיה
3	מקור
3	רמז
3	מדוע הבעיה יפה בעיני
4	פתרון

נוסח הבעיה

ראובן ושמעון עובדים במפעל שוקולד, באריזת כדורי-שוקולד לקופסות. כל אחד משניהם קיבל ערימת כדורי-שוקולד – בכל ערימה בדיוק אתו מספר כדורים. הם אורזים כדורים בכל קופסה, עד למילוי הקופסה, בהתאם לנפח הקופסה. כל אחד מקבל קופסות בגודל אחיד, אבל הקופסות של שמעון כפולות בניפחן מקופסות ראובן. אם בסוף התהליך נותרים כדורים שאינם יכולים למלא קופסה, משאירים אותם בערימה. בסיום תהליך המילוי, נותרו בערימת ראובן 35 כדורים, ובערימת שמעון 96 כדורים.

א. מה נפח הקופסות שמלאו שמעון וראובן?

אנא חישובו על הפיתרון לפני שעוברים לסעיפים הבאים בשאלה – בעמוד הבא

ב. מהו המספר המזערי של הכדורים בערימה בתחילת העבודה (לפני המילוי), אם כל אחד מילא לפחות שלש (3) קופסות?

ג. מה המגבלות על מספר הכדורים כדי שמספר הפתרונים לא יהיה:

- אפס (0) פתרונות?
- פתרון יחיד?
- הרבה פתרונות שונים?

ד. כיצד משתנות התשובות לעיל אם קופסות שמעון גדולות פי שלושה/ארבעה/חמישה מקופסות ראובן?

מקור

(סמן/י את האפשרויות המתאימות)

פירוט	
	פיתוח עצמי
זו הבעיה האחרונה שחיברתי, בעיית-"הספק" שחיברתי לבקשתה של תמרה	עמית/ה
ספר הנדסה של בני גורן, חלק ב', עמ' 121 תרגיל מספר 15.	ספר לימוד
	השתלמות מורים או כנס
	לא זוכר/ת

רמז

חשבון מודולרי

מדוע הבעיה יפה בעיני

יופיה של הבעיה, לטעמי, הוא בכך שהניסוח אינו רומז באופן ישיר על דרך הפתרון (נדמה לי שבמבט ראשון הבעיה נראית בלתי פתירה, במיוחד אם שואלים רק על א'), למרות שהפתרון בכיוון הנכון אינו מסובך מדי אם חושבים בזהירות על סעיפים ג' ו-ד' (גם אני החמצתי מקרים בהתחלה)

פתרון

- א. נפח קופסת ראובן $96 - 35 = 61$ ולכן נפח קופסת שמעון 122.
- ב. אם שמעון מילא 3 קופסות, אז ראובן מילא 7 קופסות.
- ג. לפי מקרים, נסמן את השאריות (אי-שליליות) R עבור ראובן ו S עבור שמעון
- אם R גדול-או-שווה ל $S - R$ (כולל הפרש שלילי, אבל לא 0), אין פתרון.
 - אם מקרה (0) אינו קורה ו $0 < R < S$, יש פתרון יחיד ל-א'.
 - אם $S=R$, נפח קופסת ראובן יכול להיות כל מספר חיובי $R < R$, אם $R = 0$, נפח קופסת ראובן יכול להיות כל מספר $S < S$.
- ד. נניח שנפח קופסות שמעון, B , גדול פי-3 מנפח קופסות ראובן, A , במקרה כזה ההפרש בעודפים (בתנאי שאינו מקיים את מקרה 1, ובתנאי שאינו 0, כי אז אנו במקרה 2 לעיל) יכול לבטא או את A , או את $2A$, אם ההפרש זוגי, יש שני פתרונים, אחרת יש פתרון יחיד. שיקול דומה מפעילים לכל יחס מתאים (אם היחס שבור, למשל A הוא $2/3$ מ B , מסתבר).