

"איזה ספורט?"

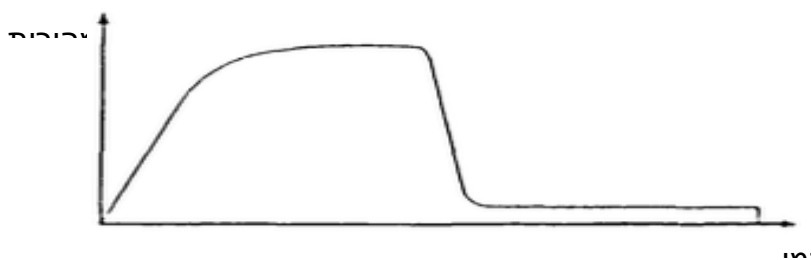
בוריס קויצ'ו

תוכן עניינים

2	נוסח הבעיה
2	מקור
2	מדוע הבעיה יפה בעיני
3	רמז
3	פתרון
4	קהל יעד
4	קשר לתוכנית הלימודים
4	עם מי ניסיתי את הבעיה וכיצד?

נוסח הבעיה

איזו פעילות ספורטיבית יכולה להביא לגרף שלמטה?



מקור

הכרתי את הבעיה מהמאמרים לכבודו של פרופ' מלקולם סוון (Malcolm Swan):

<http://www.bsrlm.org.uk/professor-malcolm-swan/>

לצערנו הרב, פרופ' סוון נפטר השנה בגיל 64. תרומתו לחינוך המתמטי באנגליה ובעולם היא עצומה. בפרט, הוא היה ידוע כמפתח יצירתי במיוחד של משימות מתמטיות יפות לצרכים לימודיים שונים.

פרופ' סוון ניסח את הבעיה "איזה ספורט?" כבעיית רב בחירה.

הנוסח המקורי (בתרגום שלי מאנגלית) מתחיל מהשאלה שלמעלה (איזו פעילות ספורטיבית יכולה להביא לגרף שלמטה?) וממשיך כך:

בחר בתשובה הטובה ביותר מהרשימה שלמטה והסבר במדויק כיצד היא מתאימה לגרף. בנוסף, הסבר מדוע אתה פוסל את האפשרויות האחרות.

הרשימה של סוגי ספורט: (א) דיג, (ב) קפיצה במוט, (ג) ריצת ספרינט ל-100 מטרים, (ד) משחק גולף, (ה) חץ וקשת, (ו) הטלת כידון, (ז) קפיצה לגובה, (ח) קפיצה למים, (ט) סנוקר, (י) מרוץ מכוניות, (יא) סקי מים.

מדוע הבעיה יפה בעיני

(א) לבעיה נוסח קצר, לא נדרש מאמץ רב כדי להבין מה נתון ומה צריך לעשות, (ב) הבעיה מזמנת חשיבה איכותנית על גרפים של פונקציות ודורשת הפעלת דמיון בו המחשבה קופצת הלך ושוב בין וויזואליזציה של תהליכים פיזיקאליים לבין ייצוגים גרפיים, (ג) כל אחד יכול לגשת לבעיה בהתבסס על עולמו האישי (סוגי ספורט מעודפים באופן אישי), (ד) לבעיה יש מספר רב של פתרונות נכונים, (ה) פסילת אפשרויות לא מתאימות היא חלק חשוב של תהליך הפתרון. הבעיה מלמדת על דרכי הפרכת טענות מתמטיות: מספיק שספורט מסוים לא מתאים לחלק קטן של הגרף הנתון כדי לפסול אותו, (ו) תהליך הפתרון מחדד את ההבחנה בין תלות "זמן - מרחק" לבין תלות "זמן - מהירות", כך שבעקיפין הבעיה מקדמת הבנה של מושג "פונקציה" ומזמנת חשיבה על תכונות שונות של פונקציות, (ז) איני בטוח בחלק מן ההסברים, לכן יש לי צפייה לדיון מעניין (ומלמד עבורי) סביב הבעיה, (ח) אפשר להשתמש בבעיה כנקודת מוצא להמצאת בעיות נוספות ולפעילויות חקר, למשל: לשחזר את הגרף "זמן - מרחק" על סמך הגרף הנתון, לשנות את צורת הגרף, לקשור את הבעיה לחקר פונקציות באמצעות נגזרת, להמציא בעיה שמסתמכת על "זמן-תאוצה", "מהירות - מרחק" כד'.

רמז

בעצם, אין צורך ברמז כי אפשר להתחיל לחשוב על הבעיה מיד, באמצעות אזכור של סוגי ספורט שונים. אם בכל זאת הייתי מרגיש צורך ברמז לפני שהפותרים מתנסים בבעיה, הייתי אומר: "שימו לב שהגרף הוא במערכת הצירים "זמן-מהירות", ולא "זמן-מרחק", כפי שהתרגלנו. כמו כן, כדאי לשים לב שפעילות ספורט מתאימה צריכה להתאים לכל חלקי הגרף.

פתרון

קיימים הרבה סוגי ספורט שמתאימים לגרף, אך לא כל ספורט מתאים. חשבתי (לא מיד אלא אחרי ששקלתי כמה מועמדים) על קפיצות סקי, ספורט חורף שבו הקופץ צובר מהירות בגלישה במורד מקפצה ומקצה המקפצה הוא מנתר במורד גבעה מושלגת (תיאור זה מתאים לחלק העולה של הגרף). אחרי הנחיתה הקופץ מוריד את המהירות עד למהירות נמוכה וקבועה, במהירות זו הוא גולש עד ליציאה משדה הנחיתה (מתאים לחלק נמוך של הגרף) ועוצר (מתאים לקפיץ האחרון בגרף). שימו לב שקפיצות סקי הוא ספורט שלא מופיע ברשימה המקורית.

ביחס לרשימה הנתונה, לדעתי פתרונות (ג) ו-(י) הם הכי מתאימים לגרף. הסבר בקשר ל-(ג): הספרינט מתחיל ממהירות 0, מגביר את המהירות עד למקסימום האפשרי בשבילו, ממשיך במהירות זו עד לקו סיום, מוריד את המהירות עד למהירות ההליכה, הולך כמה שניות במהירות נמוכה וקבועה ועוצר.

הסברים אפשריים בהקשר ליתר האפשרויות שברשימה:

(א) דיג: זאת בעצם בדיחה מתמטית יפה: צורת הגרף מזכירה את צורת החכה.

(ב) בקפיצה במוט לא יכול להיות חלק של תנועה במהירות נמוכה לקראת סוף הקפיצה.

(ג) ריצת ספרינט ב-100 מ' – ר' למעלה.

(ד) מהירות של כדור גולף עולה לקראת הנחיתה, לכן חלק זה של גרף אמור להיות דומה לפרבולה (לא בטוח בהסבר זה).

(ה) לחץ באוויר אין שלב של תנועה במהירות נמוכה קבועה לקראת סוף התעופה.

(ו) הסבר (ה) מתאים גם להטלת כידון.

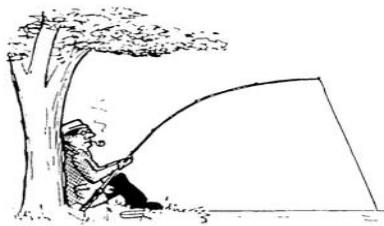
(ז) הסבר (ב) מתאים גם לקפיצה לגובה.

(ח) בקפיצה למים, המהירות עולה עד לרגע של כניסה למים, ואז מתחילה לרדת עד ל-0, רק אחרי זה אפשר לדמיין שהקופץ שוחה במהירות קבועה ונמוכה ועוצר. בגרף הנתון אין נקודה של מהירות 0 באמצע.

(ט) למיטב הבנתי, בתנועה של כדור סנוקר אין שלב בו מהירות הכדור יורדת למהירות נמוכה קבועה אחרי ירידה מהירה (לא בטוח בהסבר זה).

(י) הסבר (ג) מתאים למרוץ רכבים.

(יא) בסקי מים אין שלב של תנועה במהירות נמוכה קבועה לקראת העצירה.



קהל יעד

מכיתה ח' ועד לסטודנטים לתואר ראשון והשתלמויות מורים.

קשר לתוכנית הלימודים

אלגברה, חדו"א. תלוי באופי ועומק הדיון, הבעיה מתאימה הן לשיעורים רגילים הן לשיעורי העשרה.

עם מי ניסיתי את הבעיה וכיצד?

קודם כל, נהניתי לפתור את הבעיה בעופן אישי. בהתחלה לא ניסיתי להתייחס לרשימה הנתונה אלא לחשוב באופן חופשי על הבעיה. על סמך החוויה האישית שלי עם הבעיה, הצעתי אותה בקיץ 2017 בהשתלמות של פרויקט "מנהיגות" מטעם של מכון דוידסון (תמרה נכחה בהשתלמות זו). עסקנו בבעיה זו כ-45 דקות. בהתחלה ביקשתי לחשוב על הבעיה באופן עצמאי, אחרי זה אספתי על הלוח את כל ההצעות של המשתתפים, ללא להתייחס לנכונותם. אחר כך התקיים דיון בהצעות. מורה אמיץ שהתנדב להציג ראשון את הרעיון שלו, מבלי להיות בטוח האם הוא נכון, תרם מאוד להצלחת הדיון. מצאנו שההצעה שלו (קפיצה למרחק) הייתה לא מתאימה אך הדיון היה מלמד מאוד. כמו כן, הדיון תרם להבניית נורמות של אמון ולשחרור מהפחד של לומר משהו לא נכון. דנו במספר (6-8, לא זוכר במדויק) הצעות שונות שחלקם היו נכונות וחלקם לא. הרגשתי שמספיק ועצרתי את הדיון. שאלתי: מה הייתם עושים בכיתה אחרי דיון כזה? המורים הציעו הצעות שונות ויצירתיות שחלקם רשומות בסעיף (ח) שלמעלה. בסוף קיבלתי משוב חיובי מאוד על הסדנא. לצערי, איני יודע האם מישהו אכן נסה את הבעיה בכיתה. מקווה שמש"ל יעזור.