

בעיית קיצון ללא אנליזה – בעיה אהובה של ליליה קוט

מילות מפתח: חשבון דיפרנציאלי, פונקציית שורש, פונקציה מורכבת, צורך בנגזרת.

תוכן עניינים

- 2..... נוסח הבעיה
- 2..... מקור
- 2..... למה הבעיה יפה בעיני
- 2..... פתרון
- 2..... עם מי ניסיתי את הבעיה וכיצד:

נוסח הבעיה

נתון מספר בתחום $1 \leq x \leq 36$

באמצעותו מרכיבים שלושה מספרים נוספים:

המספר השני הוא השורש הריבועי מהמספר הראשון.

המספר השלישי קטן ב-1 מהמספר השני. המספר הרביעי קטן ב-4 מהמספר השני.

מעלים בריבוע את המספר הרביעי, ומכפלים את התוצאה במספר השלישי.

א. מצא את המספר הראשון, שעבורו מכפלה זו היא:

1. מינימלית

2. מקסימלית

ב. חשב את ההפרש בין המכפלה המקסימלית האפשרית לבין המכפלה המינימלית האפשרית.

מקור

ספר לימוד: ארכימדס – פתרונות למידה, הכנה לבחינת בגרות בשאלון 581.

למה הבעיה יפה בעיני

ניתן לפתרון על ידי הגיון ללא שימוש בכלים של אנליזה.

פתרון

א.

$$y = (\sqrt{x} - 4)^2(\sqrt{x} - 1), 1 \leq x \leq 36$$

בתחום הנתון הערך מינימלי מתקבל כאשר $x=1$ או $x=16$ ושווה ל-0. מכיוון שפונקציית שורש היא פונקציה עולה המקסימום המוחלט התקבל בקצה השני של תחום ההגדרה

(ז"א עבור $x=36$ ויהיה שווה 20).

ב. לכן ההפרש בין הערך המקסימלי לערך המינימלי הוא 20.

עם מי ניסיתי את הבעיה וכיצד:

כיתה יא בשלב הכנה לבגרות במטרה להראות שאפשר לפתור תרגילים בעזרת הגיון וידע בתכונות של הפונקציות הבסיסיות.