

בעיה אוהבה של ליליה קוט

מילות מפתח: זיהוי ביטויים, טכניקות אלגבריות פשוטות

נוסח הבעיה

הוכח שהמספר $(10^n + 10^{n-1} + \dots + 1) \cdot (10^{n+1} + 5) + 1$ הוא ריבוע שלם.

מקור

ספר לימוד: ספר של מורה למתמטיקה מאוקראינה קושניר "Шедевры школьной математики".

פתרון

נשתמש בזה ש- $(10^n + 10^{n-1} + \dots + 1) = \frac{(10^{n+1} - 1)}{9}$

ואז נקבל

$$\frac{(10^{n+1} - 1)}{9} \cdot (10^{n+1} + 5) + 1 = \frac{10^{2n+2} + 4 \cdot 10^{n+1} + 4}{9} = \left(\frac{10^{n+1} + 2}{3}\right)^2$$

למה הבעיה יפה בעיני

התרגיל דורש זיהוי ביטויים ושליטה בטכניקות אלגבריות פשוטות, אבל, לדעתי, מפתיע.

קהל היעד

כיתה י"א

קשר לתכנית הלימודים

מתאים לשיעורי סיכום.

עם מי ניסיתי את הבעיה וכיצד

ניסיתי לעשות בכיתה י"א כתרגול לפני מבחן בנושא של סדרות. בהתחלה נבהלו אבל כאשר ביקשתי להתבונן, פתרו.