

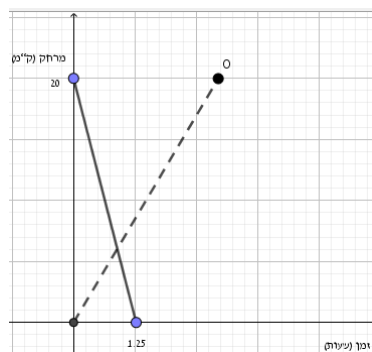


בעיות מהירות עם סף

הבעיה

אימוני כושר: דנה מתאמנת בהליכות ארוכות וצילה חברתה מתאמנת ברכיבה על אופניים. במסגרת אימון, הן יוצאות זו לקראת זו באותו זמן, משני מקומות A ו-B, הרחוקים זה מזה 20 ק"מ. דנה יצאה מ-A והלכה במהירות קבועה במשך 3 שעות, עד שהגיעה ל-B. הקו המקווקו מתאר את תנועתה. צילה יצאה מ-B ורכבה במהירות קבועה. היא הגיעה ל-A וחזרה מיד לנקודת המוצא שלה וחוזר חלילה עד שדנה הודיעה לה בסלולר שהגיעה ל-B. הקו הרצוף מתאר חלק מתנועתה של צילה.

א. כמה פעמים פגשה צילה את דנה במהלך הרכיבה? מה היה המרחק ביניהן בסוף האימון?



- ב. באימון אחר באותה מתכונת, דנה שינתה את קצב הליכתה. חברתה רכבה באותה המהירות שבה רכבה באימון הקודם. הפעם הן נפגשו 8 פעמים. כמה זמן לקח לדנה להגיע הפעם ל-B?
- ג. באימונים נוספים הסתבר שהן נפגשו מספר אי-זוגי של פעמים. כמה זמן לקח לדנה להגיע ליעדה אם ידוע שנפגשו (i) שלוש פעמים (ii) חמש פעמים?



תוכן עניינים

1.....	הבעיה
3.....	רקע לבעיה
3.....	ניתוח מיומנויות נדרשות
3.....	המלצות הפעלה
3.....	רמזים אפשריים
4.....	רעיונות נבחרים לפתרון
5.....	שאלות לדיון

רקע לבעיה

בעיות תנועה הן חלק מתכ"ל במתמטיקה בכל כיתות העל יסודי. בד"כ פתרון בעית תנועה נעשה באמצעות טבלה שמגשרת בין התנועה בבעיה והאמצעים המתמטיים (חישובים / פתרון משוואות). לעיתים הגישור נעשה גם בליווי תרשים, אבל רק בבעיות מעטות נדרש / נעשה בו שימוש מעבר לייצוג סכמטי. בעיית התנועה כאן מזמנת שימוש בגרף החל מפריסת חלק מנתוניו ועד פתרונו, כאשר המעבר לייצוג גרפי מוביל לפתרון יעיל ומהיר. בכך מושגת בקרב המתמודדים עם הבעיה גם גמישות במעברים אפשריים בין ייצוגים, שלפעמים הכרחיים לפתרונו.

ניתוח מיומנויות נדרשות

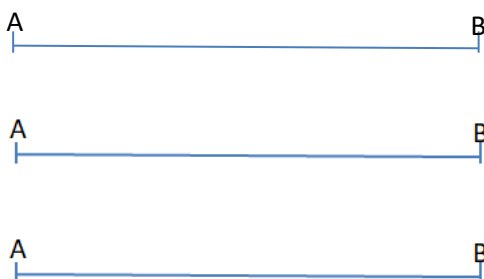
הבנת הבעיה והנתונים, ובניית אסטרטגיה לפתרון סעיף א: רמה 4 ברמות פיזה. תלמידים ברמה זו מסוגלים להבין את סיטואצית התנועה בבעיה, לחשב את המהירות של צילה מתוך הגרף הנתון ולהשתמש בה לחישוב המרחקים הנדרשים בסעיף. בחירת אסטרטגיה לפתרון סעיפים ב-ג: רמה 5-6 ברמות פיזה. חישובים מספריים (אולי בסיוע תרשים) והרחבת תחומי זמן התנועה יכולים לספק בחלק מהמקרים תשובה ובחלק אחר להבין יותר את המשמעות של התנועה החוזרת של צילה ואת אפשרויות התנועה של דנה על מנת להשיג מספר מפגשים קטן / גדול מ-3. החזרה לגרף דורשת שינוי באסטרטגיה - מעבר בין פתרון חישובי לגרפי. כדי להשיב באופן מלא יש למצוא זמנים מסוימים וגם מרווחי זמן.

המלצות הפעלה

- לאפשר לעבוד על הבעיה בקבוצות / בזוגות. העבודה השיתופית עשויה לעודד התייחסות לכל אחד מהנתונים בבעיה ולהציע להם ייצוגים שונים.
- אפשר להציע לתלמידים שעובדים באופן גרפי להיעזר בגיאוגרמה כדי לסמן נקודות וערכים שלהן על הגרף לפני / תוך כדי / אחרי חישובים.

רמזים אפשריים

- כדי להבין את הסיטואציה של 'חוזר חלילה' בתנועה של צילה אפשר להציע 'כרטיס רמז' ובו שרטוט מספר 'שלדים' של תרשים ראשוני



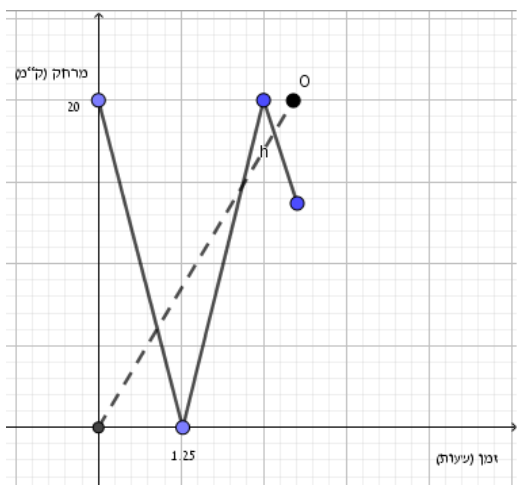
ולהציע להוסיף מצבים שונים למקרה של מפגש יחיד, 2 מפגשים, ... ביניהן.

ב. אחרי פתרון מספרי של סעיף א, להציע 'כרטיס רמז' ובו לבקש לסמן על הגרף את התנועה והמספרים שהתקבלו.

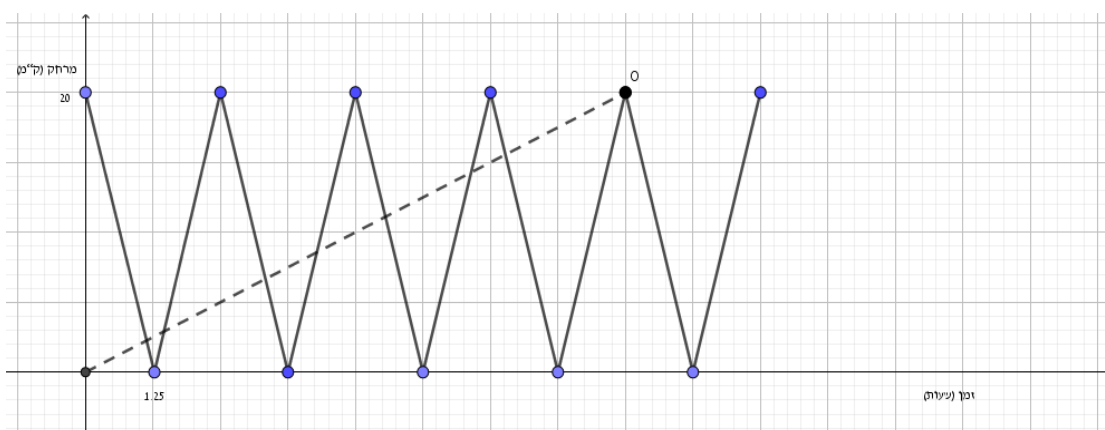
רעיונות נבחרים לפתרון

1. דנה וצילה היו בתנועה 3 שעות, דנה עברה מרחק של 20 ק"מ וצילה עברה: $3 \cdot \frac{20}{1.25} = 48$ ק"מ. (20+20+8), כלומר, עד שדנה הגיעה ל-B, צילה הספיקה להגיע ל-A, לחזור ל-B ולצאת שוב לכיוון A. לכן הן נפגשו 3 פעמים ובסיום המרחק ביניהם היה 8 ק"מ.

המשך שרטוט התנועה של צילה על הגרף הנתון, מאפשר להשיב על מס' המפגשים בקלות יחסית (המשך התנועה של צילה מ-A ל-B נעשה במהירות 'נגדית' למהירותה מ-B ל-A)



דנה וצילה יפגשו 8 פעמים, כאשר צילה תשלים את הדרך מ-B ל-A ובחזרה $(B \leftarrow A \leftarrow B)$ 4 פעמים, כלומר, כעבור: שעות $2.5 \cdot 4 = 10$ ובעזרת תאור המשך התנועה של צילה בגרף:



מהגרף אפשר להיווכח שמספר זוגי של מפגשים יתקבל בכל פעם שצילה מגיעה ל-B.

2. השרטוט שצורף בסעיף ב מאפשר להשיב גם על השאלה בסעיף זה.
3. מספר המפגשים ביניהן יהיה 1, 3, 5, כאשר דנה תגיע ליעדה במרווחי הזמן:
 $0 < t < 2.5$, $2.5 < t < 5$, $5 < t < 7.5$

שאלות לדין

- א. על אלו סעיפים אפשר להשיב באמצעות גרף?
- ב. לבקש ניסוח מוכלל של סעיפים ב-ג:
- בכמה זמן דנה צריכה לעבור את המרחק של 20 ק"מ כך שמספר המפגשים יהיה מספר זוגי נתון? מספר אי-זוגי נתון? ולנמק.