



טניקה בזדלאנט

הבעיה

בכוכב זדלאנט חיים חייזרים שאין להם בכלל מוטציות גנטיות. כשנולד חייזר לשני הורים הוא מקבל (באקראי) בדיוק חצי מהגנים שלו מכל הורה.
 ארניו הוא חייזר קטן מזדלאנט. גרניו היא סבתא של ארניו. איזה חלק מהגנים של ארניו הגיעו אליו מסבתא גרניו?



תוכן עניינים

1.....	הבעיה
3.....	רקע לבעיה
3.....	ניתוח מיומנויות נדרשות
3.....	רמזים אפשריים
4.....	רעיונות נבחרים לפתרון
4.....	שאלות לדין
4.....	במבט לאחור (לתלמידים)

רקע לבעיה

בדיקות גנטיות המגלות קרובי משפחה מרוחקים יודעות לזהות בוודאות קשר של הורים וילדים, אבל קשרים אחרים רק בהסתברויות מסוימות. במבט ראשון הדבר מפתיע, אבל מתבסס על עובדה מתמטית פשוטה מאוד - עם השלכות נוגדות אינטואיציה.

ניתוח מיומנויות נדרשות

הבנת הבעיה והנתונים: רמה 6 ברמות פיזה.

הסיטואציה היא מורכבת ולא סטנדרטית, למרות שנשמעת פשוטה. לתלמידים יש, אולי, מודלים של מעבר גנים בין הורים לצאצאים, אך אין להם מודלים למעבר אקראי של גנים בין שני דורות.

בחירת אסטרטגיה לפתרון ויישומה: רמה 5 ברמת פיזה.

אסטרטגיה נכונה לכאורה מניבה תשובה שגויה, ולכן נדרשת הערכה של האסטרטגיה וחיפוש אסטרטגיה חליפית.

הערכת הפתרון, רפלקציה על הדרך: רמה 4 ברמות פיזה.

יש צורך לתקשר הסברים וטיעונים.

רמזים אפשריים

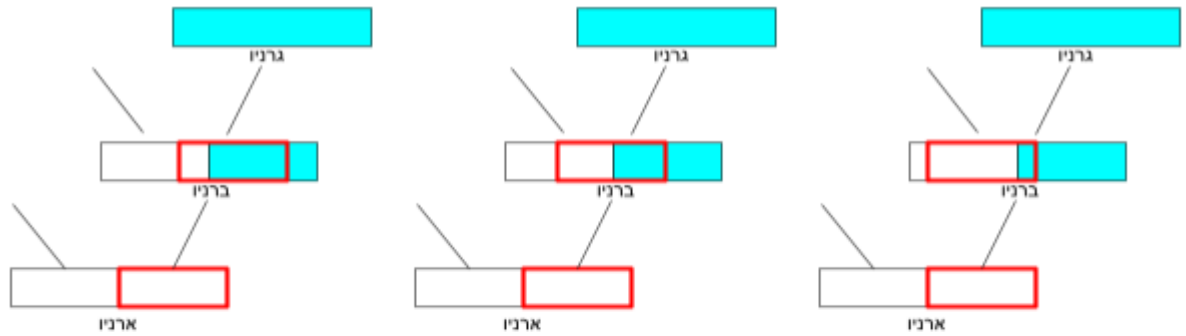
אחד הדברים המבלבלים בבעיה הזו הוא שבניגוד להרבה מצבים אחרים, השיקול ההסתברותי כאן שונה מהשיקול ההתפלגותי במקצת. טעות נפוצה בניתוח הבעיה היא לחשוב ברמת הגן הבודד. ואכן, לגן הבודד של סבתא גרניו יש סיכוי של 50% להגיע לצאצא שלה (כשזה נולד ועורך בחירה אקראית של הגנים מהוריו), ולכן סיכוי של 25% בדיוק להגיע לנכד ארניו כשזה נולד. אבל השאלה היא לא על ההסתברות של הגן הבודד. אפשר גם להפנות את תשומת הלב לניסוח השאלה: "איזה חלק מהגנים". כלומר השאלה לא עוסקת בהסתברויות.

לבסוף, אפשר לציין במפורש שהשאלה לא מניחה שקיימת "תשובה מספרית אחת ברורה", אלא יכול להיות שהתשובה תהיה טווח אפשרויות.

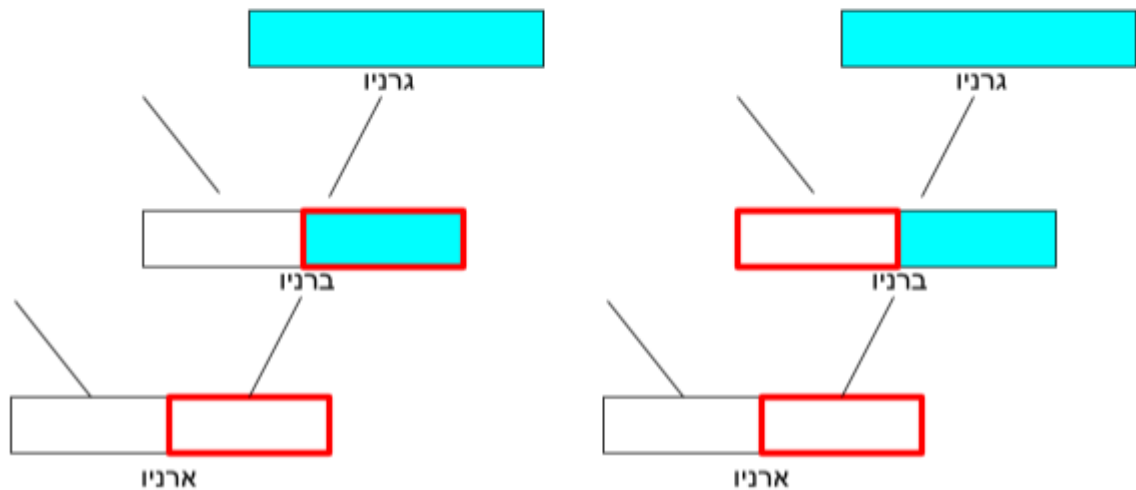
כדי לכוון למציאת הכמויות המדוברות, כדאי לערוך סקיצה של ה"עץ המשפחתי" של משפחת ניו, ולבחון את מקרי הקצה. מה התרחיש שבו ארניו מקבל כמה שיותר גנים מגרניו, ומה קורה בתרחיש שבו אנחנו מנסים להוריש לו כמה שפחות גנים מהסבתא.

רעיונות נבחרים לפתרון

נניח לצורך הדיון שגרניו היא אמא של ברניו, אביו של ארניו. המפתח הראשון לפתרון הוא להבין שבעוד שאנחנו יודעים בוודאות שארניו קיבל בדיוק חצי מהגנים של ברניו, וברניו קיבל בדיוק חצי מהגנים של גרניו - כאשר הנכד ארניו בוחר את החצי של ברניו, אין לנו שליטה על השאלה איזה חצי זה. יש כאן דרגת חופש. לכן יש כל מיני אפשרויות:



נבחן את שני מקרי הקצה:



ולכן התשובה היא בין 0 ל 50 אחוז מהגנים.

שאלות לדיון

- ההבדל בין הסתברות לטווח האפשרויות.
- ההבדל והקשר בין מקרי הקצה למקרה ה"רגיל" או הנפוץ.
- חוק המספרים הגדולים גורם לכך שבפועל כמות הגנים שרוב מכריע של האנשים מקבלים מהסבתא הוא מאוד קרוב לרבע.
- האם ניתן לפתור שאלה דומה על קשרי משפחה אחרים?

במבט לאחור (לתלמידים)

- מה השאלה הזאת אומרת עלינו, על הגנים שאנחנו מקבלים מהסבים והסבתות?