



בעיית העולה

הבעיה

נתונה עוגה מלבנית.
 מהעוגה מסירים נתח שצורתו מלבן בגודל כלשהו ממקום כלשהו בעוגה.
 יש לחתוך את העוגה בחיתוך אחד ישר כך שיתקבלו שני חלקים שווים.



הערה: העוגה מצופה קרם לכן אין לחתוך אותה במישור אופקי.



TOP 15
 מרחיבים את מעגל המצוינות
 نوسع دائرة التميز



תוכן עניינים

1.....	הבעיה
3.....	רקע לבעיה
3.....	ניתוח מיומנויות נדרשות
3.....	המלצות הפעלה
3.....	רמזים אפשריים
4.....	רעיונות נבחרים לפתרון
4.....	שאלות לדיון
4.....	במבט לאחור (לתלמידים)

רקע לבעיה

הבעיה הופיעה כהעשרה ותוספת לבעיות הריבועים והשוקולד, ונמצאת באתר עדש"ה כהצעה אפשרית למנחים. הבעיה עוסקת בשטח שנתחם בתוך מלבן, כל ישר העובר דרך מרכז המלבן (מפגש האלכסונים) מחלק אותו לשני חלקים שווי שטח (ואפילו חופפים), ורק לישרים כאלה יש התכונה הזאת. הפעם אנחנו עוסקים בעובדה זו במהופך ועם סיבוך: מתוך מטרה לחלקו לשני חלקים שווי שטח בעזרת ישר אחד, לאחר שהוסרה ממנו פרוסה מלבנית. הכוונה לחלוקה מישורית ולא לשכבות, מכיוון שהעוגה מצופה בקרם.

למי הבעיה מיועדת: לתלמידי ט' (מצוינות או הקבצה א').

ידע נדרש: תכונות של מלבן, חפיפת משולשים, חישובי שטחים שונים.

ניתוח מיומנויות נדרשות

הבנת הבעיה והנתונים: רמה 3. הסיטואציה מוכרת וקלה להבנה, ודורשת רק מעט היסק. המעבר לתחום הגאומטרי – צורה שיש לחצות בעזרת ישר – ישיר.

בחירת אסטרטגיה לפתרון ויישום: רמה 4. על התלמידים להשתמש בגמישות בידע מוכר לגבי מלבנים. רצף הפעולות שעליהם לבצע איננו מפורש בבעיה, ונדרשת תובנה.

הערכת הפתרון: רמה 5-6. למרות שלא מצוין זאת במפורש בבעיה, מצופה מתלמידים להסביר, ואף להוכיח, את נכונות הפתרון שלהם. תלמידים מתקדמים יוכלו אף להתייחס לשאלת המיצי – כמה פתרונות קיימים לבעיה? האם וכיצד אפשר לתאר את כולם? כיצד תדעו שמיציתם?

המלצות הפעלה

- ניתן להפעיל את הבעיה בהקשר של תכונות מלבן, שטחים וחפיפת משולשים.
- אפשר להפעילה כהמשך לבעיית שלושת הריבועים והשוקולד, כפי שנעשה בשיעור באתר עדש"ה, אולם ניתן גם להפעילה בפני עצמה בכיתה ברמה גבוהה.

רמזים אפשריים

ניתן להשתמש ביישומן העוגה הבא:

[פרוסת מעוגה מלבנית – GeoGebra](#)

יישומן זה ממחיש את ההשתנות של מצבים אפשריים באופן דינאמי. הוא יוצא מההנחה שהישר חוצה את העוגה כולה (ולכן עובר במפגש האלכסונים), ותומך בתלמידים בחיפוש אחר הישר היחיד שחוצה גם את הפרוסה שהוסרה.

נציין שיישומן זה לא מאפשר חיפוש של פתרונות שלא עוברים דרך מרכז המלבן הגדול.

רעיונות נבחרים לפתרון

1. העיקרון עליו מתבססת הבעיה הוא שכל ישר העובר דרך מרכזו של מלבן, חותך ממנו שתי צורות (בד"כ טרפזים) שוות שטח (ואפילו חופפות). רעיון זה פשוט להוכחה בכלים של תלמידי כיתות ח', ט'.
2. היישומון ממחיש את השטחים השווים, הנוצרים ע"י ישרים מהמרכז, הן בעוגה והן בחתיכה החסרה.
3. שיקול של רציפות מראה שיש פתרונות נוספים. למעשה, לכל "כיוון" (שיפוע) של ישר שנבחר, אפשר להזיז את הישר באופן רציף עד שהוא יחצה את העוגה המחוררת. אך שיקול זה מעיד רק על קיום של אינסוף פתרונות, ולא מראה כיצד לבנות אותם באופן קונסטרוקטיבי.

שאלות לדין

- ניתן לשאול, למשל: במה שונה הסימטריה במלבן מזו שביריבוע, ואיך זה משפיע על הבעיה?

במבט לאחור (לתלמידים)

כדאי לבקש מכל תלמיד/ה לכתוב רפלקציה על תהליך העבודה:

- באילו אסטרטגיות השתמשתם לפתרון הבעיה?
- מה למדתם במהלך פתרון הבעיה? (למשל ציינו רעיון חדש, או דרך עבודה מעניינת ויעילה?)
- מה לדעתכם תורם כל ייצוג להבנת הבעיה ופתרונה (הגרף, פתרון אלגברי, יחסים בין גדלים, סיפור לבעיה)?