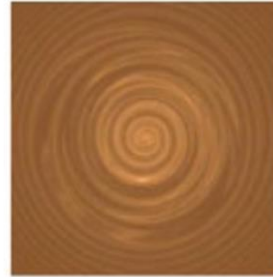
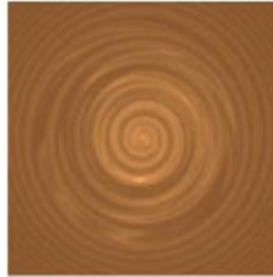
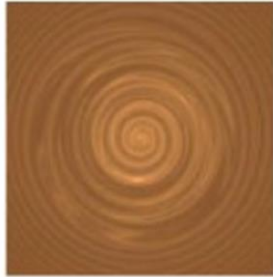




בעיית השוקולד

הבעיה

חלקו בדרכים שונות בעזרת שני ישרים את שלוש קוביות השוקולד לארבעה חלקים שווים בשטחם.



TOP 15
מרחיבים את מעגל המצוינות
نوسع دائرة التميّز



תוכן עניינים

1.....	הבעיה
3.....	רקע לבעיה
3.....	ניתוח מיומנויות נדרשות
3.....	המלצות הפעלה
4.....	רעיונות נבחרים לפתרון
4.....	שאלות לדיון
4.....	במבט לאחור (לתלמידים)

רקע לבעיה

הבעיה מבוססת על משימה לחקר שיעור (Lesson Study) שנכתבה במחלקה להוראת המדעים, צולמה ומופיעה [באתר עדש"ה](#). בעיה זו יכולה להוות המשך לבעיית שלושת הריבועים, להקדים אותה, או לעמוד בפני עצמה, תלוי ברמת הכיתה ובהעדפות המורה.

הבעיה עוסקת בשטח שנתחם בתוך ריבוע שוקולד, בהיפוך בהשוואה לבעיית שלושת הריבועים – כאן המטרה היא לחלק לארבעה חלקים שווים שטח בעזרת שני ישרים. בעיית שלושת הריבועים מציעה אינסוף אפשרויות כאלה, וכולם החיתוכים עוברים במרכז הריבוע. אולי יש אפשרויות נוספות? הדינאמיות של מיקום הישרים יוצרת מצבים שונים, ומאפשרת חקר של ארבעת השטחים הנוצרים בכל מצב. **למי הבעיה מיועדת:** לתלמידי כיתה ח' מצוינות או ט' (מצוינות או הקבצה א'). **ידע נדרש:** תכונות של ריבוע, חפיפת משולשים, חישובי שטחים.

ניתוח מיומנויות נדרשות

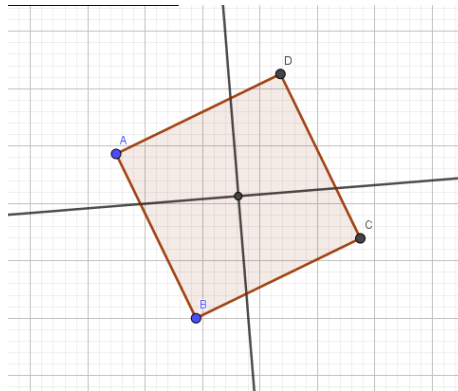
הבנת הבעיה והנתונים: רמה 3. הסיטואציה מוכרת וקלה להבנה, ודורשת רק מעט היסק. **בחירת אסטרטגיה לפתרון ויישום:** רמה 4-5. כדי לחלק את הריבוע לחלקים שווים שטח נדרשת תובנה בהפעלה של רצף לא מפורש של פרוצדורות (רמה 4). תלמידים שלא יסתפקו בפתרון אחד, ואולי אף ישאפו לתאר את כל הפתרונות האפשריים, יצטרכו להשוות בין אסטרטגיות שונות (רמה 5). **הערכת הפתרון:** רמה 5-6. נדרשת מתלמידים יכולת לבחון את פעולותיהם בגמישות ולהסביר את פרשנויותיהם ואת תהליך הסקת המסקנות שלהם. תלמידים שיבקשו להוכיח שמצאו את כל הפתרונות יצטרכו להפעיל שיקול דעת מתקדם תוך הפעלה של שיקולים פורמליים (רמה 6).

המלצות הפעלה

- ניתן להפעיל את הבעיה בהקשר של תכונות ריבוע וחפיפת משולשים.
- אפשר להפעילה כהמשך לבעיית שלושת הריבועים, כפי שנעשה בשיעור באתר עדש"ה, אולם ניתן גם להפעיל אותה בפני עצמה.
- שני פתרונות ברורים וקלים יחסית – חיתוכים לאורך האלכסונים של הריבוע, או במקביל לצלעות הריבוע, אך עדיין דרך מפגש האלכסונים. קל להוכיח שהשטחים הנוצרים מהווים רבע משטח הריבוע. הדיון במצב מורכב יותר – שני חיתוכים מאונכים זה לזה העוברים דרך מפגש האלכסונים – יכול להיעשות בזוגות, תוך הצגת נימוקים שונים, פורמליים (חפיפת משולשים) או אינטואיטיביים יותר (סימטריה סיבובית). בעיה זו קשה יותר מבעיית שלושת הריבועים, שכן על התלמידים להחליט היכן למקם את הישרים, מה תהייה הזווית ביניהם והיכן ייפגשו.
- אפשר להיעזר בטכנולוגיה – דיגיטלית (למשל גאוגברה) אם היא זמינה, או להציע לתלמידים להיעזר ב-2 ישרים המשורטטים על שקף או על נייר שקוף, אותם יוכלו להניח על שרטוט של ריבוע, וכך לבחון רצף של מקרים.

רעיונות נבחרים לפתרון

ניתן פשוט להציג את אינסוף הפתרונות המתקבלים ע"י שרטוט 2 ישרים מאונכים העוברים דרך מרכז הריבוע (מפגש האלכסונים). מתקבלים 4 מרובעים שצריכים להוכיח את היותם חופפים ולכן שווי שטח (ראו בעיית שלושת הריבועים).



שאלות לדין

- כדאי להעלות לדין את שאלת היחידות – האם כל הפתרונות מורכבים מזוג ישרים מאונכים הנחתכים במפגש האלכסונים? התשובה היא חיובית, ואפשר לבקש מתלמידים להוכיח. טיעון אפשרי: כל אחד מהישרים חייב לחלק את הריבוע לשני חלקים שווים שטח (אחרת החיתוך השני לא ייצור שני חלקים ששטח כל אחד מהם רבע). ישר שחותך ריבוע לשני חלקים שווים שטח חייב לעבור במפגש האלכסונים. זאת כיוון שישר כזה אכן מחוצה את הריבוע, והזזה של הישר ממרכז הריבוע יגדיל חלק אחד ויקטין חלק אחד.
- ניתן לשאול, למשל: מה המצב בצורות אחרות? אילו צורות אפשר לחלק לארבעה חלקים שווים בשטחם תוך סיבוב שני ישרים מאונכים? מהן כל הדרכים לחלק מלבן שאיננו ריבוע? מעוין? וכד'. או לשאול שאלה דומה, אך בצורה אחרת: מה המיוחד בריבוע שמאפשר את קבלת הרצף הזה? כמובן שאפשר לענות על כך בכמה דרכים. התכונה הבסיסית של ריבוע שעונה על כך היא שריבוע הוא צורה שאם נסובב אותה סביב מרכזה ב-90 מעלות אז הריבוע המסובב יתלכד במדויק עם הריבוע המקורי. זוהי תכונה "חזקה"! מרובע שאינו ריבוע לא יקיים אותה. מה שחשוב לשים לב הוא שתכונה זו מספיקה לגמרי כדי לקיים את "ההסבר" שנתנו קודם.

במבט לאחור (לתלמידים)

כדאי לבקש מכל תלמיד/ה לכתוב רפלקציה על תהליך העבודה:

- באילו אסטרטגיות השתמשתם לפתרון הבעיה?
- מה למדתם במהלך פתרון הבעיה? (למשל ציינו רעיון חדש, או דרך עבודה מעניינת ויעילה?)
- מה לדעתכם תורם כל ייצוג להבנת הבעיה ופתרונה (הגרף, פתרון אלגברי, יחסים בין גדלים, סיפור לבעיה)?