קטעים במשולש

הבעיה

ידוע שבמשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש מתלכד עם הגובה והתיכון לבסיס, וכי לגבי זוויות אחרות במשולש שו"ש ובמשולשים אחרים התכונה הזו לא בהכרח מתקיימת.

נבחן את הקשרים בין הקטעים האלה במשולשים שונים.

1. הוכיחו שבמשולש ישר זווית מתקיים:

חוצה הזווית הישרה חוצה גם את הזווית בין הגובה והתיכון ליתר (כדי להוכיח טענה זו, שרטטו משולש כזה והעבירו בו את שלושת הקטעים מקודקוד הזווית הישרה אל היתר וכתבו בכתיב מתמטי מה נתון ומה צריך להוכיח).

2. מיכאל אמר: "אבל הטענה בסעיף א' נכונה רק למשולש ישר זווית, אז מה שזה שווה?"

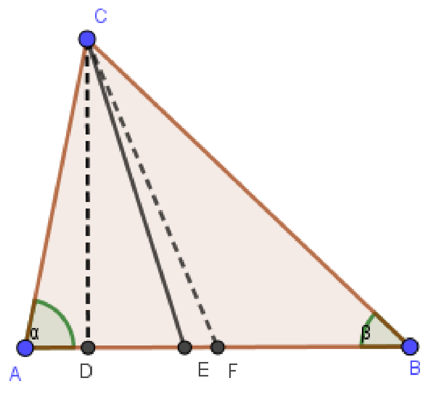
אסתר אמרה: "אבל בכל זאת משהו מהתכונה נשאר נכון גם במשולשים אחרים". האם היא צודקת?

נסו לבדוק אם גם במשולשים אחרים נמצא חוצה הזווית **בין** הגובה והתיכון היוצאים מאותו קודקוד. בדקו לגבי זוויות שונות במשולשים שונים. תוכלו להיעזר [בישומון](#).

האם תסכימו שהתכונה שגיליתם בעזרת הישומון חזקה ו"שווה הוכחה"?

אז בואו נראה מדוע תופעה זו קיימת: נסו להוכיח תכונה זו, או חלק ממנה, ואח"כ קראו את ההוכחה בסעיף 3 ונסו להשיב לשאלות בסוגריים. התשובות ישלימו את שלבי ההוכחה.

3. אם המשולש ABC אינו שווה שוקיים, הרי שאחת מהצלעות AC ו- BC קצרה מהשנייה. בלי לפגוע בכלליות ההוכחה נניח ש- AC<CB. נבדוק את המיקומים של התיכון וחוצה הזווית היוצאים מקודקוד C.



בשרטוט, AF = FB

שטחי המשולשים ACF ו- CFB שווים (מדוע?)

נסמן ב- E את נקודת המפגש של חוצה הזווית ACB עם הצלע BA.

נבטא את היחס בין שטחי המשולשים ACE ו-CEB בשני אופנים: מצד אחד יחסם כמו היחס בין AE ל- EB (מדוע?), ומצד שני יחסם כמו היחס בין הצלעות AC ו- AB (שרטטו את האנכים מנקודה ***E*** לצלעות **CB** **AC,** וקראו את המשך ההוכחה).

מכיוון שהאנכים לצלעות AC ו- CB מהנקודה E שווים (מדוע?), היחס בין שטחי המשולשים הנ"ל נקבע על פי היחס בין הצלעות, כי הגבהים לצלעות אלה שווים.

הנחנו כי CB > AC, לכן מתקיים: $S_{ACE} < S_{CEB}$, ולכן הנקודה E תימצא על הקטע AF, כלומר קרובה יותר לצלע הקצר (AC) מאשר לצלע הארוכה (BC).

הסבירו מה הטענה אותה הוכחנו, והאם מיצינו את כל האפשרויות.

- האם התכונה הזו תתקיים גם במשולש קהה זווית? בדקו ונמקו.
- האם הגובה נמצא תמיד מהצד השני של חוצה הזווית? מדוע?

TRUMP FAMILY FOUNDATION
קרן טראמפ
TOP 15
מרחיבים את מעגל המצוינות
המחלקה להוראת המדעים

התכנים נוצרו על ידי מכון ויצמן למדע במימון קרן טראמפ.